| EXERCICE N°1 : | 10' | 3 points | |
|---|---|---|---|

Soit $f$ la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\int_1^x \frac{\cos^2 t}{t}\,dt$.

Répondre par **vrai** ou **faux** à chacune des affirmations suivantes, **en justifiant la réponse**.

**1°)** Pour tout $x>0$, $f'(x)\geq 0$.

**2°)** Pour tout $x>0$, $f(x)\geq 0$.

**3°)** $f(2)\leq \ln 2$.

| EXERCICE N°2 : | 30' | 5 points | |
|---|---|---|---|

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On considère les points : $A(3,-2,2)$ ; $B(6,1,5)$ et $C(6,-2,-1)$

**1°)** Montrer que le triangle $ABC$ est rectangle en $A$, puis calculer son aire.

**2°)** Montrer que le plan $P$ dont une équation cartésienne est $x+y+z-3=0$, passe par $A$ et perpendiculaire à la droite $(AB)$.

**3°)** Donner une équation cartésienne du plan $Q$ passant par $A$ et perpendiculaire à $(AC)$

**4°)** On considère le droite $\Delta$ donnée par le système de représentation paramétrique suivant :

$$\begin{cases} x=-1+ln(e^2.t) \\ y=2+ln\left(\frac{1}{t^2}\right) \quad (t\in IR_+^*) \\ z=ln(t) \end{cases}$$

**a)** Montrer que les plans $P$ et $Q$ sont sécants suivant la droite $\Delta$. (poser $\alpha=Ln(t)$)

**b)** Vérifier que le point $D(0,4,-1)$ appartient à la droite $\Delta$.

**c)** Vérifier que la droite $(AD)$ est perpendiculaire au plan $(ABC)$ et déduire une équation cartésienne du plan $(ABC)$.

**5°) a)** Vérifier que les points $A$, $B$, $C$ et $D$ ne sont pas coplanaires, et calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

**b)** Déterminer une mesure (en radian) de l'angle $BDC$.

**6°) a)** Calculer l'aire du triangle $BDC$.

**b)** Déduire la distance $A$ au plan $(BDC)$.

**7°)** Préciser l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace vérifiant : $(x+y+z-3)^2+(x-z-1)^2=0$

**8°)** Déterminer les centres des sphères tangentes au plan $P$ en $A$ et de rayon $r=3\sqrt{3}$

**9°)** Soit $(S_m)$ la sphère de centre $B$ et de rayon $m$. (avec $m\in IR_+^*$)

**a)** Déterminer les valeurs de $m$ pour lesquels $(S_m)$ et $P$ sont sécants suivant un cercle de rayon 3.

**b)** Préciser : $(S_5\cap P)$ puis $(S_6\cap P)$.

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn - Qarray.tn